Joke Verbeek e.a.

IMPRESSIES
VAN DE NVVW-DAG 2013

Plenaire lezingen

[Joke Verbeek]

Openingslezing Martin Kindt

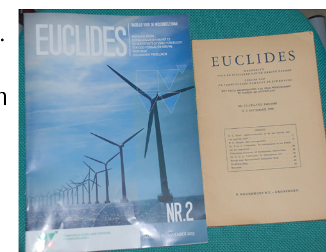
In de wiskundewereld is Martin Kindt een bekende naam. Hij zat in veel commissies, zoals Hewet, Hawex en W12-16, was een van de grondleggers van de *Wageningse Methode*, de reeks Zebra-boekjes en *last but not least*: hij is de schrijver van diverse goed gelezen boeken over wiskunde. Geen wonder dus dat de organisatie aan hem dacht toen zij een spreker zochten die recht zou kunnen doen aan het thema van de studiedag: Krachtig vooruit met Wiskunde!



Uitvinden en oefenen

Met de nieuwste *Euclides* in de hand gingen Martins gedachten terug naar de eerste *Euclides* uit 1963. Hij heeft destijds geprobeerd de naam van de Vereniging veranderd te krijgen in 'Brouwer', naar de beroemdste Nederlandse wiskundige. Het bestuur vond Brouwer te onbekend, en ook nu nog blijkt dat de naamsbekendheid van de Amsterdammer L. E. J. Brouwer onder wiskundedocenten minimaal is. Om die reden week Kindt uit naar een bekendere Nederlandse wiskundige, Christiaan Huygens. Hij stelde voor de Vereniging te vernoemen naar deze wiskundige uit de zeventiende eeuw. Dat zou ook prima passen in het Huygensjaar 2013. Die Huygens, zo onderwees Kindt, heeft destijds les gekregen uit wiskundeboekjes, bijvoorbeeld die over *Kegelsneden van Apollonius* van Descartes. Uiteraard was Huygens een snelle leerling en stroomde al snel door naar de Universiteit van Leiden. Om te iets leren, volstaan boeken alléén niet, wist men in Huygens tijd al. Ook een goed verstand en oefening zijn nodig. En dat is zo tot vandaag de dag. 'Een groot voordeel is, zelf iets uit te vinden,' aldus Huygens, die de daad bij het woord voegde en het slingeruurwerk en de toverlantaarn, de voorloper van de beamer, uitvond. Kindt ging niet zo ver te beweren dat onze leerlingen allemaal zelf in staat zijn wiskundige formules of andere belangwekkende zaken 'uit te vinden', maar hij pleitte ervoor hen wiskundige begrippen te laten herontdekken. Herontdekken is nodig voor begrip en oefenen is noodzakelijk om de door inzicht verworven vaardigheden te verankeren. Als dat oefenen dan ook nog gebeurt met productieve inbreng van de kant van de leerlingen is het leereffect nog groter.

Kindt werkte een drietal bekende voorbeelden uit de schoolwiskunde uit om te laten zien hoe het herontdekken in zijn werk zou kunnen gaan. Het betreft 1) stambreuken, 2) de stelling van Pythagoras en 3) de abc-formule. Hij dook daarbij in de historie met klassieke voorbeelden als het kamelenprobleem, hield een pleidooi voor het schatten, liet zien hoe *muurtjes* als werkvorm voor het oefenen van allerlei vaardigheden een goed middel zijn en liet zien hoe je met leerlingen de weg bewandelt van salontafel tot abc-formule. Martin Kindt heeft beloofd in *Euclides* over deze voorbeelden te publiceren, dus houd de komende nummers in de gaten. Overigens werd het voorstel tot naamswijziging niet in stemming gebracht, dus of er echt een naamswijziging van de Vereniging in het verschiet ligt, valt nog te bezien.



Slotlezing

Elke middelbare scholier moet statistiek leren

De titel van de slotlezing was de stelling die Erik van Zwet, universitair docent te Leiden, poneerde. Hij onderstreepte zijn stelling met een hele serie voorbeelden van de soort 'Lies, Damned lies and Statistics'. Zo liet hij de valkuilen zien waarin onderzoekers kunnen vallen bij het doen van onderzoek naar de resultaten van een verbeteringsproces. Er is altijd regressie naar het gemiddelde, dus concluderen dat interventies positieve resultaten opleveren, is lang niet altijd gerechtvaardigd. Ook zonder interventie zou een slechte score immers bij een volgende meting zeer waarschijnlijk dichter bij het gemiddelde liggen. Verder is het gemakkelijk verkeerde conclusies te trekken uit observationele data, data die verkregen zijn door onderzoek omdat een experiment niet mogelijk is. Zo zijn er onderzoeken waarbij 'bewezen' is dat koffie drinken goed is voor de gezondheid. En wat te denken van een onderzoek naar het verband tussen de aanwezigheid van ooievaars en het geboortecijfer, dat op enig moment met cijfers onderbouwd is aangetoond? Uiteraard was dat geen causaal verband, maar bij minder heldere gebeurtenissen zou een onderzoeker makkelijk kunnen beweren dat dat wel het geval is. Van Zwet vermaakte de zaal met zijn verhalen en aan het eind van de dag ging ieder naar huis met de overtuiging dat elke scholier statistiek zou moeten leren om niet ten prooi te vallen aan de statistische leugens waarmee reclamemakers hen proberen te verleiden tot het doen van bepaalde aankopen.





Werkgroepen

A1 - Flipping the Classroom
Angelique Jasper

[Mieke Thijsseling]
Angelique Jaspers nam hier een overvol lokaal mee in haar enthousiasme. *Flipping the Classroom* houdt in dat de leerlingen thuis via instructiefilmpjes de theoretische uitleg krijgen en vervolgens op school in de les werken aan de opdrachten. Het maken van de instructiefilmpjes was aanvankelijk tijdrovend, maar zoals met alle nieuwe dingen vroegen de opgenomen filmpjes later aanzienlijk minder tijd.

Helpt het echt? Volgens Angelique worden de filmpjes veel bekeken, vooral ter voorbereiding op een proefwerk en gaat het werken aan de opdrachten in de les beter, ook al blijven het pubers die overal afleiding in zien.
Een hype of een blijvertje? De toekomst zal het leren. Angelique heeft er alle vertrouwen in dat *flipping the classroom* de moeite meer dan waard is.

A3 - Haal meer uit uw digibord en tablet!
Hub Kusters

[Marja Bos]
In een werveling van voorbeelden liet Hub Kusters ons tijdens deze werkgroep kennismaken met inspirerende lessuggesties, interessante software, nuttige verwijzingen en handige didactische tips.



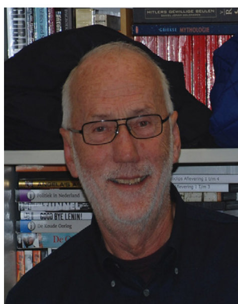
Op de studiedag van 2007 gaf Hub zijn eerste NVvW-werkgroep over het digibord. Hij was nu, zes jaar later, alweer voor de derde keer uitgenodigd - en de belangstelling voor dit onderwerp bleek onverminderd groot. Dit keer ging Hub met name in op *interactief* gebruik van het digibord, in combinatie met tablets en smartphones. Hub had de deelnemers gevraagd, hun eigen device (tablet/smartphone) mee te nemen, zodat er actief kon worden meegedaan.

Voor interactieve lesonderdelen maakt Hub veelal gebruik van 'Prowise Pro Connect', gratis software, te vinden op www.prowise.com/nl/proconnect. Het gebruik van dit soort software bleek de bekende stemkastjes alweer overbodig gemaakt te hebben. Ook is het mogelijk leerlingen hun eigen oplossing naar het digibord te laten sturen, zodat al die oplossingen naast elkaar op het bord komen te staan en aldus klassikaal vergeleken en besproken kunnen worden. Of andersom: het scherm van het bord kan verzonden worden naar de tablets en smartphones van de leerlingen.

De didactische meerwaarde van het digibord werd nader geïllustreerd aan de hand van talloze andere voorbeelden: zelfontwikkeld lesmateriaal, uitlegfilmpjes die als wiskundeopdracht door leerlingen gemaakt waren, interactief leren/onderwijzen op afstand (denk aan gedeelde lessen wiskunde D op twee verschillende scholen), het opnieuw gebruiken van 'oude schermen' (aantekeningen op het digibord uit een eerdere les), adaptief/gepersonaliseerd leren, *FluidMath* (educatieve software), *EduCreations* (voor de iPad), *Jing*, enzovoort. Voor meer informatie, zie www.hubkusters.nl.
Hubs boodschap was duidelijk: heb je een achterstand op dit gebied, wacht dan niet langer, maar maak de inhaalslag...

A4 - WisSter: 'huiswerk maken belonen' in plaats van 'huiswerk niet maken bestraffen'
Lauran van Oers

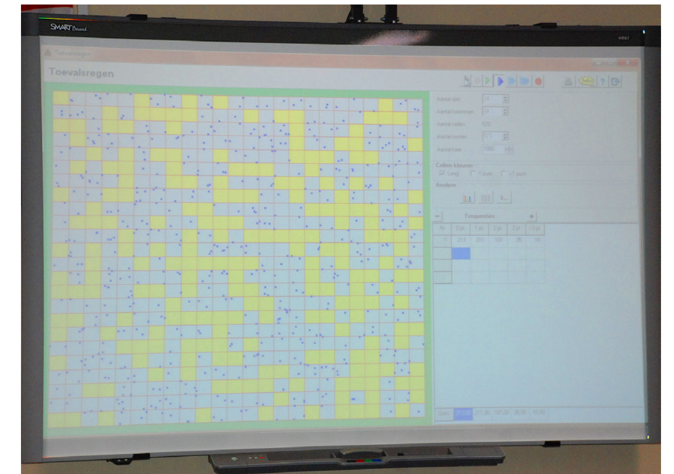
[Mathilda Offereins]



Als docent zie je dagelijks hoe je leerlingen met de lesstof bezig zijn en ben je steeds op zoek naar manieren om ze effectiever te laten werken. De titel '*huiswerk maken belonen' in plaats van 'huiswerk niet maken bestraffen*' lokte mij naar de werkgroep van Lauran van Oers. Achter in zijn lokaal staan vier werkstations. Zijn leerlingen zijn met groepjes van zes of zeven per computer ingedeeld en maken zo bij toerbeurt een huiswerksom op de computer. Zij krijgen direct feedback of tips, mogen keer op keer herkansen en verzamelen zo cijfers die als overhoring meetellen. Hiervoor wordt het programma *WisSter* gebruikt. Lauran heeft zelf de opgavenbank gevuld. Omdat de leerlingen alleen hun schrift mogen meenemen naar de computer, worden ze gedwongen om daar overzichtelijk in te werken en in de praktijk blijkt dat ze gericht overleggen over de lesstof. De docent houdt de regie en kan bepalen op welk moment in de les er met *Wisstar* gewerkt wordt en wanneer hij juist aandacht wil voor klassikale uitleg.



Lauran van Oers is al een jaar of tien geleden met deze werkwijze begonnen en heeft die steeds verder uitgebreid en geperfectioneerd. De ontwikkelingen op ICT-gebied, met de opkomst van smartphone en tablet, zullen zijn aanpak nog interessanter en relevanter maken. Ik kan me waarschijnlijk nauwelijks voorstellen hoeveel tijd en energie het ontwikkelen van dit alles heeft gevraagd, maar wel hoeveel voldoening het geeft als blijkt dat het werkt!



A5 – Steekproeven
Carel van der Giessen

[Ineke van Pol]
De heer vam der Giessen startte zijn werkgroep aan de hand van het voorbeeld waarbij het gewicht van kaas op de 'kaasmarkt' geraden moet worden. Wie het dichtst bij het werkelijke gewicht zit, wint. Galton had in de negentiende eeuw al ontdekt dat het dan verstandiger is om alle gegokte, dan wel beredeneerde antwoorden te verzamelen en daarvan het gemiddelde te nemen. In zijn werkgroep liet hij verder zien hoe de nieuwste versie van *VU-Stat* heel mooi in beeld kan brengen dat het gemiddelde van de gemiddeldes van vele steekproeven normaal verdeeld is, rondom het gemiddelde van de gehele populatie.
Het doel van dit onderdeel van *VU-Stat* is onder andere het ontdekken van eigenschappen van toeval. Hiermee kun je de centrale limietstelling goed visualiseren, waarbij je ook gevoel aanbrengt voor de $\sqrt{n}$ -wet.
Voor de deelnemers van de werkgroep bleef het nog wel de vraag hoe je hier opgaven bij kunt maken die passen in het havo-programma wiskunde A, waarbij in het examen redeneringen worden gevraagd over het concept 'Steekproevenverdeling'. Wel kan dit programmaonderdeel van *VU-Stat* een mooi hulpmiddel daarbij zijn. Het werd tijdens de werkgroep alleen niet duidelijk wanneer en hoe dit onderdeel van *VU-Stat* op de markt komt.



A6 - Digitaal wiskundeonderwijs
Leon van den Broek

[Thomas van Berkel]
De titel van de werkgroep en het onderwerp van de afgelopen onderwijsweek zorgden ervoor dat er veel belangstelling was. Deze belangstelling was in mijn ogen zeer terecht, gezien de mooie dingen die werden besproken. De werkgroep over het digitale wiskundeonderwijs werd verzorgd door Leon van den Broek en Henk Reuling; beiden zetten zich in voor de *Wageningse Methode*. Deze methode zet zich in om het wiskundeonderwijs creatief en vernieuwend te houden en heeft in die geest gezorgd voor digitalisering.
Tijdens de werkgroep hebben wij kennis mogen maken met de online versie van de boeken van de *Wageningse Methode*. Hierbij werd aangegeven dat het op dit moment nog een boek achter glas was, maar dat er meer applets bij moeten komen. Deze applets waren nu al wel aanwezig bij verschillende onderwerpen en zagen er zeer praktisch uit voor de leerlingen. Naast de applets is het mogelijk om de leerlingen verdiepende opgaven te laten maken die opgenomen zijn in het digitale boek en met een muisklik tevoorschijn komen. Het mooie van de *Wageningse Methode* is het feit dat de boeken voor iedereen toegankelijk zijn. Dit is in samenwerking met VO-content gerealiseerd. Beide sites zijn dan ook zeer aan te raden voor scholen die op zoek zijn naar een digitale leeromgeving.



B1 - Analytische meetkunde in een nieuw jasje
Nellie Verhoef, Jeroen Spandaw, Hans Sterk

[Harm Bakker]
In de nieuwe examenprogramma's 2015 voor wiskunde B en wiskunde D worden aardig wat studielasturen ingeruimd voor analytische meetkunde. De lerarenopleiders van de drie technische universiteiten laten de deelnemers kennismaken met een deel van het materiaal dat ze gebruiken in hun nascholingsaanbod.



Eén van de doelstellingen van het nieuwe programma is dat leerlingen weloverwogen een keus kunnen maken tussen een synthetische, analytische of algebraïsche aanpak van een meetkundeprobleem. Als eerste krijgen we een opdracht over een conflictlijn voorgeschoteld. Nadat iedereen een tijdje heeft zitten puzzelen en/of rekenen, wordt er al snel gediscussieerd over welke voorkennis je mag veronderstellen. Altijd een lastig punt: wat zit er zoal in de gereedschapskoffer?
We krijgen een mooie set uitdagende opgaven uitgereikt, waaruit we er naar eigen inzicht één mogen kiezen om aan te werken. Ook nu komen er diverse meta-vragen naar voren: hoe wordt zoiets op het examen gevraagd? Hoe doe je recht aan de doelstelling dat een leerling zijn strategie moet kiezen, maar voorkom je dat hij een te omslachtige route kiest? En als er zoveel verschillende oplossingsstrategieën mogelijk zijn, hoe komt een correctiemodel er dan uit te zien? Dat zou nog wel eens heel lastig kunnen worden! Al met al een heel plezierige en leerzame werkgroep.





B3 - Hoe specificeert de syllabus wiskunde B het examenprogramma dat in augustus 2015 wordt ingevoerd?
Jos Tolboom (SLO)

[Gert de Kleuver]
De presentatie over de nieuwe wiskunde B examenprogramma's werd onder andere door Ruud Stolwijk geleid. Hij nam de belangstellenden mee op zijn tocht van ideeën tot het uiteindelijke resultaat: een examenprogramma wiskunde B voor havo en vwo. Zo is op het havo de kettingregel uit het programma gehaald omdat dit te vol was. Ook kom je daar geen productregel tegen. In het vwo is vectorrekenen terug. Je komt daar geen stelling van Thales meer tegen.
De opgaven die besproken werden vanuit de pilotexamens gaven goed inzicht in hoe de vraagstelling verandert. Fijn dat er al zoveel pilotexamens beschikbaar zijn voordat wij allemaal te maken krijgen met het nieuwe programma in 2017 voor het havo-examen en in 2018 voor het vwo-examen.

B4 - De nieuwe programma's wiskunde C, de syllabi
Hielke Peereboom en Peter Vaandrager (pilotdocent, CSG Liudger, Drachten)

[Ineke van Pol]
Vijf jaar geleden is Peter Vaandrager op de CSG Liudger, Drachten, gestart met de pilot voor het nieuwe programma wiskunde C. Hielke Peereboom is wiskundeleraar in Heerenveen en beiden zijn lid van cTWO. Alle vwo-leerlingen doen voor het eerst examen in het nieuwe programma in 2018.
In deze werkgroep werd de syllabus bekeken. Het onderwerp 'statistiek en kansrekening' moet in het SE terugkomen en komt niet in het CE terug. Verklarende statistiek (hypothese toetsen) zit wel in het wiskunde A-programma, maar niet in het wiskunde C-programma. Verder is er veel overlap tussen wiskunde A- en wiskunde C-programma. Algebra, tellen, verbanden en veranderingen zijn qua aanpakvergelijkbaar met de huidige situatie.



Geheel nieuwe onderwerpen in het wiskunde C-programma zijn de onderdelen 'logisch redeneren' en 'vorm en ruimte'. Bij deze onderwerpen zullen de pilotscholen hun ervaringen uitwisselen met belangstellende scholen. Bij 'logisch redeneren' zijn er raakvlakken met het vak Nederlands en ook met het vak filosofie. Bij 'vorm en ruimte' is er een duidelijke koppeling met het vak Kunst Beeldend. Algemeen wordt getracht bij alle domeinen contexten te kiezen die passen bij het wiskunde C-profiel. De analyse komt informeel aan bod en is gekoppeld aan contexten.
Beperkte algebraïsche vaardigheden worden geëist, waarbij wel kwalitatief geredeneerd moet kunnen worden met formules. Voor het uitdrukken van de ene variabele in de andere werkt het gebruik van omgekeerde rekenregels goed, is de ervaring op de pilotschool. Er hoeven geen vergelijkingen exact te worden opgelost. Het doel is om het vak wiskunde C aantrekkelijker te maken voor het profiel. Op de pilotschool is de ervaring dat leerlingen na drie, vier weken wiskunde C weer plezier aan het vak beleven. Ze maken daarbij nauwelijks gebruik van de GRM. De proefexamens van 2012 en 2013 tijdvak I en II zijn straks beschikbaar om te oefenen met examens voor de wiskunde C-leerlingen.
In de syllabus wordt onderstaande indeling gehanteerd: parate vaardigheden, productieve vaardigheden en parate kennis. Zo biedt de syllabus houvast aan leerlingen om de keuze te bepalen voor wiskunde A, B of C.
Het zou mooi zijn als bij bepaalde vervolgopleiding expliciet wiskunde C verplicht is.
Er is een document in ontwikkeling met het verschil tussen het oude en nieuwe programma wiskunde C. Het doel van de methodeschrijvers zal zijn om wel in klas 4 een gemeenschappelijk boek te hebben.
Persoonlijke verheug ik me er erg op om eindelijk te kunnen starten met een programma speciaal voor het C&M-profiel. Hopelijk zien de leerlingen dit vak straks als een echte verrijking van hun profiel.



B5 - Statistiek met echte data
Carel van der Giessen

[Mieke Thijsseling]

Carel van der Giessen presenteerde ons de betaversie van het programma *VU Survey*. Van begin tot en met de data-analyse nam hij ons mee door de mogelijkheden van het programma. Het maken van de enquêtevragen, het ontwerpen van verschillende type vragen, het afnemen van een vragenlijst en de data-analyse. En dat alles binnen een uur. Als we binnenkort met onze leerlingen echte data willen verzamelen en analyseren, dan weet ik wel welk programma ik wil gebruiken.







Werkgroep Geschiedenis Reken- en Wiskundeonderwijs

B6 - Krachtig vooruit met analytische meetkunde: Een verdwenen vernieuwing?

Harm Jan Smid

[Dick Klingens]
Een tweede ondertitel van de lezing/werkgroep was: Onderwijs in de analytische meetkunde, 1876-20XX.
En inderdaad, in het Nederlandse wiskundeonderwijs staat het vak analytische meetkunde (AM) nog maar zo'n 135 jaar in het programma. In 1877 staat er, in het programma van de zesde klas van de B-afdeling van de gymnasia (de nieuwe naam van de Latijnse scholen) bij het onderdeel meetkunde: beginselen der vlakke coördinatenleer. Er werd toen zes uur per week wiskunde gegeven: *stelkunde* (een herhaling van de lesstof uit de voorgaande jaren) en *meetkunde* die, naast de 'analytische meetkunde', bestond uit stereometrie, sphaerische stereometrie en een herhaling van de meetkunde (waaronder goniometrie); hieronder staat de toen geldende volledige urentabel.

klas	1	2	3	4	5	6
aantal uur	3	2	2	2	2	A: 1 / B: 6

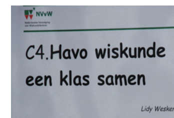


Bij de wet van 1863 was de HBS ingesteld. Echter, in het (eindexamen)programma voor dit schooltype stond er *beschrijvende meetkunde* (BM) in plaats van AM, en dat was puur voor de beroepspraktijk. Overigens, bij het eindexamen van het gymnasium werd in de eerste jaren geen AM, maar boldriehoeksmeetkunde gevraagd, met als argument dat AM voor dat examen te eenvoudig was.
Tijdens de werkgroep bleek dat de AM (op kort periodes na) eigenlijk niet weggeweest is uit het voorgezet onderwijs. De rol van AM was weliswaar klein, maar dat een kleine rol toch interessant kan zijn, blijkt vandaag de dag uit het programma voor wiskunde D: AM staat er weer in.
De werkgroep, in ronde I, werd gevolgd door vijftien personen, twaalf oud en drie jong. Uiteraard is het onderscheid oud/jong subjectief (gemeten naar de leeftijd van de auteur). Dat er weinig 'jongeren' waren, is jammer. Een wiskundeles met daarin af en toe een stukje (ontstaans)geschiedenis van de lesstof wordt (in mijn ervaring) levendiger, en voor menig leerling ook interessanter. Het hierboven geschreven 'jammer' komt mede voort uit het feit dat naar mijn mening tijdens de opleiding tot wiskundeleraar te weinig aan de geschiedenis van de wiskunde wordt gedaan, maar dat terzijde.
De deelnemers werden na bovenstaande inleiding door Harm Jan meegenomen door de opeenvolgende periodes waarin veranderingen in het examenprogramma optraden, zoals bijvoorbeeld in de twintiger jaren van de vorige eeuw toen AM in het examenprogramma van het gymnasium werd opgenomen, toen omschreven als 'de analytische meetkunde van het platte vlak tot en met de kegelsneden', en onder andere ook naar het Wimecos-rapport van 1954 waarin werd voorgesteld om BM in het examenprogramma van de HBS te vervangen door AM – toen met de motivatie: 'De arithmetisering van de wiskunde is van zoveel belang gebleken, dat het wenselijk is ook de leerling van de H.B.S.-B te doen inzien, hoe hij meetkundige problemen in een algebraïsche vorm kan gieten en hoe hij door oplossing van algebraïsche vraagstukken tot conclusies op meetkundig gebied in staat wordt gesteld.' En zo is het eigenlijk nog steeds, voor alle leerlingen in 'de B-afdeling' van het vwo. Natuurlijk kwamen ook de gebruikte leerboeken aan de orde en de manier waarop de examens werden afgenomen (deels ook mondeling). Samengevat: Een leerzame werkgroep, zeker doordat de rol van de AM zo duidelijk door Harm Jan naar voren werd gebracht.
Tot slot: We kunnen ons gelukkig prijzen met het feit dat de NVvW een werkgroep rijk is die zich speciaal met de geschiedenis van de wiskunde bezighoudt. En Harm Jan zegde toe: 'We proberen om jaarlijks een historische werkgroep, passend bij het thema van de jaarvergadering, te verzorgen. Vandaag is dus de eerste in wat naar we hopen een mooie traditie wordt.'



C4 - Havo wiskunde A 'een klas samen'

Lidy Wesker-Elzinga





[Zwaantje Warmelink]
Havo wiskunde A is op veel scholen noch van de leerlingen, noch van de collega's het favoriete vak. Lidy heeft ons laten zien hoe op het Bonhoeffercollege in Castricum leerlingen en collega's met plezier met het vak bezig zijn. De docenten hebben hun eigen lesmateriaal samengesteld, waarbij ze uit zijn gegaan van wat ze leerlingen willen leren. Leerlingen krijgen per onderwerp een boekje, waarin ze aantekeningen maken. Deze boekjes vormen hun eigen portfolio wiskunde A. Informatie verwerken is het hoofddoel van havo wiskunde A. Dus moeten de leerlingen vanaf de eerste les in havo 4 hiermee aan de slag. Eerst met een digitale module statistiek, waarin ze na vier weken al rekenen aan een normale verdeling. Daarna met tabellen, grafieken en formules. Leerlingen maken (examen)opgaven van een bladzijde lang, soms opgesplitst in EM- en NG-opgaven. En dan zijn we nog maar een paar maanden onderweg in havo 4.
Leerlingen worden vanaf het begin serieus genomen: de opgaven zijn direct op niveau, waardoor leerlingen vinden met een echt vak bezig te zijn. Ze zijn trots op zichzelf, hebben zelfvertrouwen, ook richting examen en behalen daar goede resultaten. Er worden nog steeds onderdelen uit de eigen schoolboeken gebruikt, maar ook Hawex-materiaal, gratis te vinden op de site van het Freudenthal instituut, een digiboek statistiek en onderbouwmateriaal om te oefenen met breuken en algebra.
Doel van de werkgroep was om ons te inspireren. Dat is wat mij betreft zeker gelukt. Lidy heeft ons laten zien hoe goed het is om je niet willoos aan een methode uit te leveren, maar om je eigen onderwijs te maken. Stiekem vind ik dit al jaren en ik vind het geweldig om te zien hoe een sectie daar in slaagt.

D1 – Dyscalculie in het vmbo
Marije van Oostendorp



[Thomas van Berkel]
De oorspronkelijke titel van deze werkgroep luidde: dyscalculie in het vmbo. Ik vond het als vmbo-docent dan ook jammer dat de werkgroep over alle niveaus ging. Achteraf bleek dit overigens een onnodige teleurstelling en heb ik veel nieuwe kennis opgedaan. De werkgroep werd gegeven door Marije van Oostendorp, een orthopedagoge gespecialiseerd in dyscalculie, en was erg goed verzorgd. Voor mij was dyscalculie voor de werkgroep nog een grotendeels onbekend terrein. Door de werkgroep is het voor mij duidelijker geworden wat dyscalculie inhoudt en was ik blij te horen dat er voor wordt gezorgd dat de diagnose niet zomaar wordt gedaan. Doordat er een grote mate van interactie was tussen Marije en het publiek is er veel praktijkgerelateerde theorie behandeld. De vraag die mij ook bezighoudt over dyscalculie, wanneer heeft een kind dyscalculie en wanneer oefent een kind te weinig? werd op deze manier ook behandeld. Hierdoor werd het voor mij duidelijk dat dyscalculie pas kan worden gediagnostiseerd als een kind met gemiddelde intelligentie moeite houdt met automatiseren en het onthouden van rekenregels, ook na intensieve oefening. Een kind kan dan ook niet zomaar het label dyscalculie krijgen, zodat er geen wildgroei kan ontstaan. Voor wie meer interesse heeft in het onderwerp is de site www.rekenspecialist.nl een goed startpunt.

D4 - Diagnostische Tussentijdse Toets
Irene van Stiphout (Cito) en Paul Drijvers (Cito/Fisme)

[Joke Verbeek]
De tussendoelen wiskunde en de daarbij behorende toetsen zijn onderdeel van het actieplan ‘Beter presteren’, een actieplan dat geldt voor alle schooltypes binnen het vo. Naast wiskunde maken ook Nederlands en Engels onderdeel uit van dit plan. De SLO (Stichting Leerplanontwikkeling) heeft de tussendoelen opgesteld, maar tot op de dag van vandaag zijn er enkel nog maar concepten op het internet te vinden. De rol van rekenen binnen de tussendoelen bijvoorbeeld is nog niet uitgekristalliseerd, wisten de werkgroepinleiders te melden, dus de definitieve tussendoelen wiskunde laten nog even op zich wachten. Toch is het Cito (Centraal Instituut voor Toets Ontwikkeling) al bezig met een voorstudie en heeft het try-outs gehouden onder 1500 leerlingen. Een aantal van hun bevindingen wordt met de deelnemers van de werkgroep gedeeld.

De feiten
De Diagnostische Tussentijdse Toets , DTT, is diagnostisch, dus heeft geen consequenties voor de leerlingen. De toets wordt digitaal afgenomen en gescoord, hetgeen ook inhoudt dat tussenantwoorden niet worden nagekeken en niet worden betrokken bij het bepalen van het resultaat, iets dat bij wiskunde wel een nadeel is. De toets is adaptief, dat wil zeggen dat een leerling die het goed doet, moeilijkere vragen krijgt dan een leerling die fouten maakt. Zo krijgt iedereen vragen op zijn of haar eigen niveau. De DTT’en zullen voor het eerst verplicht worden afgenomen in het schooljaar 2015-2016. Naast de toets is ook de rapportage belangrijk. Die zal er zijn op leerlingniveau, op klassenniveau, op schoolniveau en op landelijk niveau. Je kunt zien of de leerling/klas/school op, onder of boven het gemiddelde niveau van andere leerlingen in hetzelfde schooltype scoort.



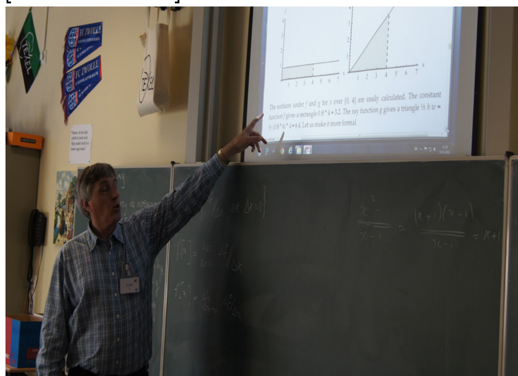
Drijvers legt uit welke hobbels er zoal te nemen zijn. Zo wordt de toets in februari afgenomen, een tijdstip waarop nog lan
aan dat er zal worden getoetst op hoofdlijnen, dus niet op definities en standaardprocedures. De commissie die met de toe
inhoudelijke diagnose te leveren en inzicht te geven in mogelijke oorzaken van problemen die leerlingen ervaren.



De werkgroepdeelnemers hadden zo hun vragen en bedenkingen: ‘Mis je met toetsen op hoofdlijnen niet details waarmee je kunt meten waar het precies misgaat?’ ‘Krijgen we de resultaten wel snel terug zodat we voor het einde van het schooljaar nog wat kunnen repareren?’ ‘Kun je inzichten wel digitaal toetsen?’ ‘We moeten niet alle makkelijke vragen weglaten, de politiek moet ook zien dat er veel goed gaat.’ En, na het zien van de voorbeeldrapportage, ‘Is die rapportage op schoolniveau niet veel te globaal?’
De commissieleden, en dus ook de werkgroepleiders, hebben nog lang niet op alle vragen een antwoord. Hopelijk is op de volgende jaarvergadering meer duidelijkheid en kunnen we onze onderbouwleerlingen goed voorbereiden op de DTT wiskunde.

D5 - De algebraïsche aanpak van de afgeleide
Thomas Cool

[Rob van Oord]



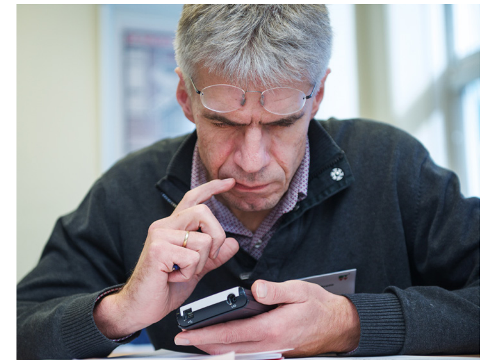
De kern van het betoog van Thomas is dat met de aanpak van een dynamische deling, waarbij je de deling als een proces ziet en niet als een (statische) uitkomst, het begrip afgeleide functie op een voor hem didactisch beter verantwoorde manier kunt definiëren dan met het ‘ouderwetse’ limietbegrip. In het eerste deel van de werkgroep wordt uitgelegd wat wordt bedoeld met een *procept*. Een procept is een begrip dat niet als een statisch concept wordt gezien maar als een proces. Vergelijk dit met het verschil tussen de woorden rit en rijden.

Bij de introductie van de afgeleide functie wordt een breuk $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$ genomen. Deze breuk heeft alleen betekenis als $\Delta x \neq 0$. Daarom stelt Thomas voor om de afgeleide functie als procept te introduceren.
Neem in het domein $\Delta x \neq 0$, schort als het ware $\Delta x = 0$ op, en voer de dynamische deling $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$ uit; hij noteert dat dan als $\Delta f // \Delta x$. Neem vervolgens voor $f'(x)$ de waarde aan het eind van het proces, en voeg die waarde toe als df/dx.

Kortom, stel de formule op van $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$, vereenvoudig de breuk, breid het domein nu uit met die waarde voor $\Delta x = 0$ en noem dat het differentiaalquotiënt $f'(x)$.

Behalve een andere aanpak stelt Thomas ook een andere notatie voor van functies: $f[x]$ i.p.v. $f(x)$, want leerlingen zouden bij $f(x+h)$ geneigd zijn om haakjes te gaan uitwerken: $f(x+h) = fx+fh$. Vervolgens heeft Thomas een pleidooi gehouden om de afgeleide functie te introduceren als toename van de oppervlakte. Dit kan dan al in een eerder stadium dan gebruikelijk worden behandeld, waar het differentiëren nu pas aan het eind van klas 4 vwo op het programma staat. Ook zou hiermee een betere aansluiting met natuurkunde en economie bewerkstelligd worden. Na het betoog kwam de discussie los. Aanwezigen betwijfelen of de limietaanpak die Thomas aanhaalt wel zo gebruikelijk is op de middelbare school. Hij baseert zich op een voorbeeld uit *Getal & Ruimte* waarin de afgeleide als limiet staat omschreven.
Met behulp van limieten wordt vervolgens de breuk $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ bij $f(x)=ax^2$ gemanipuleerd naar $f'(x) = 2ax$. Maar limieten behoren niet meer tot de leerstof van wiskunde B.

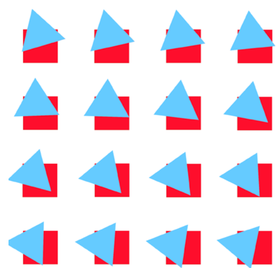
Wel wordt er gewag gemaakt van het differentiaalquotiënt dat een leerling moet kunnen gebruiken om een functie te onderzoeken [Subdomein Bb1] in de syllabus(1): Specificatie 9.2: ... voor de lokale verandering van een functie en als richtingscoëfficiënt van de raaklijn. Er wordt nergens in de syllabus verteld hoe het differentiaalquotiënt moet worden gevonden. Wel moet de leerlingen een numeriek-grafische benadering kunnen geven [Specificatie 9.1] van de helling in een punt op een grafiek. Thomas baseert zijn theorie op wat in *Getal & Ruimte* wordt aangeboden, waar kennelijk de afgeleide functie, ofwel het differentiaalquotiënt, wordt behandeld met limieten. Als ik aan mijn eigen lessen denk, geef ik de voorkeur aan tabellen met numerieke benaderingen en het zoeken naar patronen. Hiervan zagen we ook mooie voorbeelden in de lezing van Martin Kindt. Zoals in het *Handboek wiskundedidactiek*(2) ook staat geschreven over formele invoering van de afgeleide: *In de huidige schoolboeken wordt aan deze zaken weinig aandacht besteed.*
Ondanks het interessante betoog dat Thomas hield werden de aanwezigen niet overtuigd om de door hem voorgestelde nieuwe aanpak te gaan gebruiken. Wel werden we weer eens wakker geschud te beseffen welke keuze je als docent moet maken bij het introduceren van nieuwe onderwerpen waarbij je wiskundig gezien niet geheel exact te werk gaat. Differentiëren is een van die heikele onderwerpen.



(1) zie www.eindexamenblad.nl bij vwo wiskunde B, syllabus centraal examen 2014
(2) Drijvers, P., van Streun, A., & Zwaneveld, B. (Eds.) (2012). *Handboek wiskundedidactiek*, Utrecht: Epsilon uitgaven, p. 116

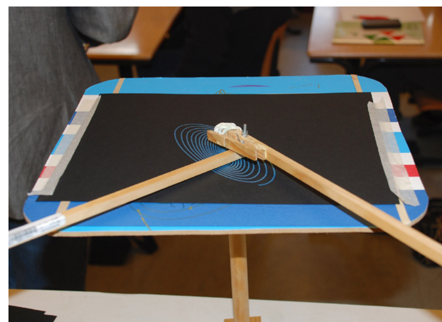
D6 – Bewegende kunst
Derk Pik, hoofdredacteur Pythagoras

PYTHAGORAS



[Mathilda Offereins]
Nuttig en leuk sluiten elkaar niet uit, maar toch: bij het maken van een keuze uit de werkgroepen voor de jaarvergadering ben ik altijd op zoek naar een onderwerp dat vooral leuk is. 'Bewegende kunst' van Derk Pik was een schot in de roos. In het novembernummer van *Pythagoras* wordt de prijsvraag met die naam aangekondigd. In een aantal nummers van deze jaargang staan afleveringen met als thema *Geogebra* en die ga ik weer eens opzoeken. Ik zag welke artistieke motieven onderbouwleerlingen met *Geogebra*-tegels kunnen maken. De ouderwetse kaleidoscoop kwam voorbij, maar dan digitaal. Ik ben gemotiveerd geraakt om zelf ook weer eens wat uit te proberen met de schuifknop. Kortom: ik ben geïnspireerd geraakt!

D7 – Doe-het-zelf-lissajous figuren
Joram Pereira, Jochem Haverhoek (Vlietland College, Leiden)



[Gerhard Riphagen]
Toen ik uit de lijst met werkgroepen voor de studiedag een keuze moest maken, sprong deze er voor mij gelijk uit. Daar wil ik bij zijn, dacht ik en ik ben niet teleurgesteld.
Joram Pereira en Jochem Haverhoek van het Vlietlandcollege Leiden hadden met materiaal van de kringloopwinkel en nog wat goedkope of gratis spullen een tweetal machines gemaakt die fantastische figuren konden tekenen. Het was fascinerend om te zien hoe met twee oude platenspelers (kun je mooi je leerlingen uitleggen wat dat ook al weer voor antieke apparaten waren) prachtige lissajous-figuren getekend werden. Ander toerental: heel andere figuur, het leek wel toveren. Dat het mechaniek soms een beetje haperde en wat geholpen moest worden, maakte het alleen maar charmanter. Een ander apparaat werkte met twee slingerende armen die een pen op een roterend bord weer heel andere figuren kon laten tekenen. De techniek alleen al maakte nieuwsgierig en dat was precies de bedoeling. De combinatie van simpele houtje-touwtjetechniek en de prachtige fascinerende resultaten met een duidelijk wiskundige oorsprong, die dat oplevert, maakte alle deelnemers razend enthousiast. De bedoeling op school was: leerlingen enthousiast te maken, te boeien en te verwonderen in de aanloop naar de theorie van de parameterkrommen. In een volgende stap kunnen leerlingen ook zelf met een programma als *Geogebra* de verschillende (gedempte) lissajous-figuren ontdekken en onderzoeken. Met de schuifknoppen kun je de verschillende parameters veranderen en dat levert steeds weer andere figuren op. Het project combineerde een aantal zaken erg mooi: Leerlingen en docenten zijn enthousiast, het project is uitdagend en vakoverschrijdend, het heeft iets in zich van natuurkunde, techniek wiskunde en kunst. Het zou goed kunnen passen in een projectweek en het is een boeiende afwisseling met andere leervormen. De leerlingen zullen het niet snel vergeten. Dus laat dit weekend de boeken maar dicht en sluit je op in je werkplaats, of kijk in ieder geval voor inspiratie naar de bouwbeschrijvingen en video's die op internet te vinden zijn: (zoek op: 'harmonograph', 'pintograph', enzovoort)



www.karlsims.com/harmonograph/index.html
http://makezine.com/2012/03/24/a-pair-of-turntables-that-generates-art/
http://vimeo.com/21999779

Het is bijna jammer dat je zo nu en dan ook nog 'gewoon' les moet geven.